

MODEL PENJADWALAN *BATCH* PADA SATU MESIN YANG MENGALAMI DETERIORASI UNTUK MINIMASI TOTAL BIAYA SIMPAN DAN BIAYA KUALITAS

Ahmad S. Indrapriyatna¹, Suprayogi², Bermawi P. Iskandar³, A. Hakim Halim⁴

¹⁾Mahasiswa Program Doktor, Program Studi Teknik Industri, Institut Teknologi Bandung dan Jurusan Teknik Industri, Universitas Andalas Padang, Kampus Limau Manis, Padang 25163

Email: ahmadsyaf@ft.unand.ac.id

^{2,3,4)}Fakultas Teknologi Industri, Program Studi Teknik Industri, Institut Teknologi Bandung Jl. Ganesa 10, Bandung

Email: yogi@mail.ti.itb.ac.id; bermawi@lspitb.org; ahakimhalim@lspitb.org

ABSTRAK

Penelitian ini membahas model penjadwalan *batch* yang mengakomodasikan kondisi mesin terdeteriorasi, yang akan menyebabkan produk menjadi *nonconforming*. Pengembangan ini mengubah formulasi biaya kualitas yang telah dirumuskan pada model Indrapriyatna *et al.* (2007a), khususnya untuk Biaya Kegagalan Internal dan Biaya Kegagalan Eksternal. Dalam model usulan, waktu antar kondisi *out-of-control* diasumsikan berdistribusi eksponensial. Sebuah algoritma penyelesaian dirancang untuk model usulan tersebut. Studi ini menunjukkan bahwa, untuk model dengan ukuran *batch* kontinu, semakin besar proporsi ukuran sampel menyebabkan biaya total dan jumlah *batch* yang semakin besar. Selain itu, semakin besar peluang produk *nonconforming* dihasilkan maka akan menyebabkan semakin besar total biaya. Observasi lain menunjukkan bahwa jumlah *batch* selalu sama untuk sebarang nilai peluang; walaupun ukuran masing-masing *batch* berbeda. Pada model dengan ukuran *batch* diskrit digunakan 3 buah metode untuk mengubah ukuran *batch* menjadi *integer* yang diusulkan oleh Indrapriyatna *et al.* (2007b) dan menghasilkan kesimpulan yang sama.

Kata kunci: mesin terdeteriorasi, produk *nonconforming*, ukuran *batch* kontinu, ukuran *batch* diskrit.

ABSTRACT

This research discusses *batch* scheduling model accommodating the condition of machine deterioration. The proposed model has changed the formulation of quality cost from that discussed in Indrapriyatna *et al.* (2007a), especially in the internal and external failure costs. It is assumed that the distribution of time between *out-of-control* conditions follows the exponential distribution. An algorithm has been proposed. This research concludes that, for continue *batch* size, the greater the sample size proportion of the *batch* size, the greater the total cost and number of *batches*. In addition, the greater the probability of producing *nonconforming* products, the greater the total cost. For any values of the probability, the number of *batches* will be the same, but the *batch* sizes are different. On the other hand, for model with discrete *batch* sizes, we used Indrapriyatna *et al.* (2007b) approach to solve the problem.

Keywords: deteriorating machine, *nonconforming* product, continue *batch* sizes, discrete *batch* sizes.

1. PENDAHULUAN

Penelitian-penelitian tentang penjadwalan *job* pada sistem *flowshop* telah banyak dilakukan, antara lain oleh Tansel *et al.* (2001) dan Xiao dan Li (2002). Permasalahan yang dibahas oleh para peneliti itu hanya masalah penentuan urutan (*sequencing*) pemrosesan *job*, karena diasumsikan bahwa waktu proses (*processing time*) untuk tiap *job* telah diketahui dengan pasti. Sementara itu penelitian yang dilakukan oleh Halim (1993), Halim dan Ohta (1994), Halim *et al.* (2001), serta

Bukchin *et al.* (2002) membahas bukan hanya masalah penentuan urutan, tetapi juga masalah penentuan ukuran *batch* yang merupakan ukuran “*job*”. Sehingga dengan demikian waktu pemrosesan merupakan variabel keputusan. Masalah yang muncul adalah bagaimana menentukan ukuran *batch* (*batching*) dan urutan pemrosesan *batch* yang dihasilkan (*sequencing*); ini disebut masalah penjadwalan *batch*.

Halim *et al.* (2001) telah mengusulkan model penjadwalan *batch* yang memperhatikan biaya simpan dan biaya kualitas pada sistem produksi 1 mesin. Indrapriyatna (2007) mengembangkan secara langsung model yang telah diusulkan oleh Hakim *et al.* (2001), yaitu: (1) membedakan biaya simpan *work-in-process part* dan biaya simpan *finished part* di dalam *in-process batch*, (2) ukuran sampel bervariasi secara proporsional dengan ukuran *batch*, dan (3) ukuran *batch* dan ukuran sampel harus merupakan bilangan *integer*.

Akan tetapi, pada sistem nyata, mesin produksi tidak selalu stabil. Ebeling (1997) mengatakan bahwa mesin produksi tidak stabil karena mengalami deteriorasi, baik karena pemakaian dan atau karena penuaan. Sistem produksi yang mengalami deteriorasi akan bergeser dari status *in-control* menjadi status *out-of-control*, sehingga memungkinkan untuk menghasilkan *part* cacat. Sistem yang bergeser dari status *in-control* menjadi status *out-of-control* dapat dikembalikan menjadi *in-control* lagi dengan aktivitas restorasi (Tseng, 1996).

Banyak peneliti yang telah melakukan penelitian pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi, misalnya, Tseng (1996), Sheu (1999), dan Grall *et al.* (2002). Tseng (1996) melakukan penelitian tentang kebijakan *maintenance* preventif optimal, sedangkan Sheu (1999) melakukan kajian tentang teori dan metodologi model pengembangan penggantian optimal. Grall *et al.* (2002) menghasilkan model penentuan jadwal *maintenance* prediktif yang kontinu. Selanjutnya, penelitian yang dilakukan oleh, Widargo (2004), dan Arumsari (2005) menghasilkan model *Economic Order Quantity* pada sistem produksi terdeteriorasi yang terdiri atas satu mesin.

Uraian di atas menunjukkan bahwa penelitian di bidang penjadwalan mengasumsikan bahwa sistem produksi stabil. Penelitian untuk sistem produksi yang mengalami deteriorasi banyak dilakukan dalam bidang *maintenance* dan keandalan. Di sisi lain, penelitian di bidang *maintenance* belum memperhatikan *due date* dari pekerjaan. Hal ini menunjukkan terdapat kekosongan (celah) untuk melakukan penelitian yang dapat menentukan penjadwalan produksi dan penentuan ukuran *batch* pada sistem produksi terdeteriorasi.

2. FORMULASI MASALAH

Sistem produksi yang diamati adalah sistem produksi yang terdiri atas satu mesin, menghasilkan produk tunggal, dan mengalami deteriorasi. Aktivitas *acceptance sampling* tetap dilakukan, baik oleh perusahaan maupun konsumen, untuk mengantisipasi dihasilkan produk *non conforming*.

Seluruh notasi dalam Indrapriyatna *et al.* (2007a) digunakan kembali dalam makalah ini dengan pengertian yang sama dan beberapa notasi ditambahkan. Notasi lengkap yang digunakan dalam makalah ini adalah sebagai berikut:

Variabel keputusan:

$L_{[i]}$: *Batch* yang dijadwalkan pada posisi ke-*i*

$Q_{[i]}$: Ukuran *batch* $L_{[i]}$

N : Jumlah *batch*

$TC(N, Q)$: Biaya Total

$B_{[i]}$: Saat mulai *batch* $L_{[i]}$

- T : Waktu total yang dibutuhkan untuk seluruh aktivitas yang berkaitan dengan pengerjaan seluruh *part*
 Y_i : Waktu sistem berada pada status terkendali pada selang inspeksi ke- i
 z_i : Selang inspeksi ke- i
 $E[N_i]$: Ekspektasi total jumlah produk *nonconforming* pada selang ke- i
 $E[N]$: Ekspektasi total jumlah produk *nonconforming* selama horizon perencanaan
 $T_{[i]}$: Saat awal inspeksi ke- i

Parameter:

- q : Kuantitas permintaan *part*
 d : *Due date* bersama
 d' : Waktu untuk melakukan inspeksi kualitas dan *rework*
 t : Waktu proses setiap *part*
 s : Waktu *setup*
 u : Proporsi ukuran *sampel* terhadap ukuran *batch*
 $n_{[i]}$: Ukuran *sampel* untuk *batch* $L_{[i]}$
 c_1 : Biaya *simpan finished-part* per unit per satuan waktu
 c_2 : Biaya *simpan work-in-process part* per unit per satuan waktu
 v : Ukuran penerimaan *batch* pada *acceptance sampling*
 y : Jumlah *part nonconforming* yang ditemukan pada masing-masing *batch*.
 k_1 : Biaya inspeksi per *part* per satuan waktu
 k_2 : Biaya *rework* per *part* per satuan waktu
 k_3 : Biaya penalti per *batch* untuk *batch* yang ditolak oleh konsumen
 w : Waktu inspeksi per *part*
 p_a : Probabilitas penerimaan *batch* dalam *acceptance sampling*
 r : Waktu *rework* per *part*
 θ_1 : Probabilitas kemunculan produk *nonconforming* pada status terkendali
 θ_2 : Probabilitas kemunculan produk *nonconforming* pada status tidak terkendali

Index:

- i : Digunakan sebagai nomor posisi *batch* dalam jadwal, $i = 1, 2, \dots, N$

Masalah yang dibahas dalam makalah ini adalah sistem produksi dengan mesin tunggal yang mengalami deteriorasi (*a deteriorating machine*) dan menghasilkan satu jenis produk (*single product*) diskrit, dan dapat dinyatakan sebagai berikut. Misalkan terdapat sejumlah permintaan *part* tunggal, sebanyak q , yang akan diproses pada sistem produksi dengan mesin tunggal. Seluruh *part* tersebut mempunyai *due date* yang sama, yaitu d . Jika ditemukan produk *nonconforming*, maka diasumsikan dapat diperbaiki kembali menjadi produk *conforming*. Masalah yang ingin dipecahkan adalah menentukan ukuran *batch* produksi dan menjadwalkan *batch* yang dihasilkan untuk meminimumkan biaya total. Elemen biaya, variabel keputusan, dan kriteria yang digunakan dalam model yang dikembangkan pada penelitian ini sama dengan pada model Indrapriyatna *et al.* (2007a). Elemen biaya tersebut adalah biaya simpan dan biaya kualitas, dan variabel keputusan adalah jumlah *batch*, ukuran *batch*, dan jadwal pemrosesan dari setiap *batch*. Sementara itu, kriteria yang digunakan adalah minimasi biaya total.

Pada makalah ini, bahan baku juga diasumsikan datang tepat pada saat dibutuhkan, sehingga tidak terdapat biaya simpan untuk bahan baku. Sementara itu, pengendalian kualitas dilakukan dengan cara menerapkan *acceptance sampling*, dengan mekanisme seperti yang dilakukan oleh Indrapriyatna *et al.* (2007a), yaitu [Algoritma *Acceptance Sampling*].

Deteriorasi mesin mengakibatkan proporsi produk *nonconforming* menjadi tidak tetap, yaitu mengikuti distribusi tertentu. Hal ini akan berakibat pada perubahan formulasi biaya kualitas, khususnya untuk Biaya Kegagalan Internal dan Kegagalan Eksternal. Selain itu, selang inspeksi (waktu antara satu inspeksi dengan inspeksi berikutnya) tidak akan sama (*unequally spaced*).

Restorasi dilakukan bersamaan dengan inspeksi dan bertujuan untuk mengembalikan status sistem dari kondisi *out-of-control* menjadi *in-control*. Restorasi dianggap tidak mengembalikan kondisi umur sistem ke kondisi umur semula (*imperfect maintenance*). Agar konsep deteriorasi ini sesuai untuk mengembangkan Model Indrapriyatna *et al.* (2007a), maka saat inspeksi dan restorasi dilakukan bersamaan dengan *setup*. Biaya *setup*, biaya inspeksi, dan biaya restorasi diasumsikan tetap, karena itu ketiga biaya ini dapat direfleksikan oleh waktu *setup*.

Jika selama horizon perencanaan dilakukan N kali inspeksi, yang dilakukan pada titik $T_{[1]}$, $T_{[2]}$, dan $T_{[N]}$, maka $T_{[M]} = d'$ dan $T_{[0]} = B_{[N]}$. Selang waktu inspeksi dibagi ke dalam N selang, yaitu z_1 , z_2 , dan z_N , dengan $z_1 + z_2 + \dots + z_N = d' - (tQ_{[1]})$ dan $z_i = tQ_{[N-i+1]}$.

Distribusi pola kerusakan mesin yang cocok adalah distribusi eksponensial karena pada setiap awal inspeksi sistem tidak mengingat status pada masa lalu. Waktu sistem berada pada status terkendali yang bergerak pada selang inspeksi ke- i adalah sebesar y_i dengan probabilitas kemunculan produk *nonconforming* sebesar θ_1 , dan pada status tak terkendali dengan probabilitas kemunculan produk *nonconforming* sebesar θ_2 . Jika diketahui laju produksi = $1/t$, $\theta_1 < \theta_2$, dan inspeksi dilakukan sebanyak N kali maka jumlah produk *nonconforming* adalah:

$$E[N_i | Y_i = y_i] = \begin{cases} \theta_1 \left(\frac{1}{t}\right) z_i & \text{untuk } y_i > z_i \\ \theta_1 \left(\frac{1}{t}\right) y_i + \theta_2 \left(\frac{1}{t}\right) (z_i - y_i) & \text{untuk } y_i \leq z_i \end{cases} \quad \forall 1 \leq i \leq N$$

Ekspektasi total jumlah produk *nonconforming* $E[N_i]$ pada selang ke- i , dengan λ merupakan *mean* dari distribusi eksponensial, adalah:

$$E[N_i] = \left(\frac{1}{t}\right) \theta_2 z_i + \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) e^{-(\lambda z_i)}$$

Ekspektasi total jumlah produk *non conforming*, $E[N]$, untuk seluruh selang inspeksi secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E[N] &= \sum_{i=1}^N E[N_i] = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{t}\right) \theta_2 z_i + \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) e^{-(\lambda z_i)} \\ &= \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{t}\right) \theta_2 z_i + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) - \sum_{i=1}^N \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) e^{-(\lambda z_i)} \quad (1) \\ &= \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t}\right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-(\lambda z_i)} \end{aligned}$$

Ekspektasi biaya total *inventory* (ToIC) akan sama dengan yang dihasilkan oleh Indrapriyatna *et al.* (2007a), karena deteriorasi mesin tidak mempengaruhi biaya *inventory*, yaitu:

$$\text{ToIC} = c_1 \sum_{i=1}^{N-1} \left\{ \sum_{j=1}^i tQ_{[j]} + s \right\} Q_{[i+1]} + \frac{c_1 + c_2}{2} t \sum_{i=1}^N Q_{[i]}^2 + \frac{c_2 - c_1}{2} t \sum_{i=1}^N Q_{[i]} \quad (2)$$

Komponen biaya kualitas yang terlibat sama dengan pada Indrapriyatna *et al.* (2007a), yang didasarkan pada Halim *et al.* (2001), yaitu:

- A. Biaya pemeriksaan sampel
- B. Biaya kegagalan internal
- C. Biaya kegagalan eksternal

A. Biaya pemeriksaan sampel

Biaya pemeriksaan total untuk sampel (TIC) sama dengan yang dihasilkan pada Indrapriyatna *et al.* (2007) karena tidak ada pengaruh deteriorasi mesin pada komponen biaya pemeriksaan sampel, yaitu:

$$TIC = uk_1w \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + uc_1w \sum_{i=1}^N Q_{[i]}^2 \quad (3)$$

B. Biaya kegagalan internal

Biaya kegagalan internal muncul ketika sejumlah *part* tidak memenuhi spesifikasi kualitas sebelum *batch* ditransfer ke konsumen, yang mencakup: (1) Biaya untuk memeriksa seluruh *part* yang belum diperiksa (sebab *part* itu tidak termasuk sampel), (2) Biaya simpan *part* selama pemeriksaan 100%, (3) Biaya untuk mengerjakan ulang seluruh *part nonconforming*, dan (4) biaya simpan *part* selama pengerjaan ulang. Ekspektasi biaya total untuk kegagalan internal, IFC, adalah:

$$IFC = (1 - P_a) \left((1-u)k_1w \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + (1-u)c_1w \sum_{i=1}^N Q_{[i]}^2 + \left[k_2 + c_1 \sum_{i=1}^N Q_i \right] r \left\{ \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t} \right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-\lambda z_i} \right\} \right) \quad (4)$$

C. Biaya kegagalan eksternal

Biaya kegagalan eksternal terjadi jika *batch* yang telah dikirimkan ke konsumen ditolak oleh konsumen dan dikembalikan ke perusahaan. Biaya ini mencakup: (1) Biaya untuk melakukan pemeriksaan 100%, (2) Biaya simpan *part* selama pemeriksaan 100%, (3) Biaya untuk mengerjakan ulang seluruh *part nonconforming*, (4) Biaya simpan *part* selama pengerjaan ulang, dan (5) Biaya komplain konsumen. Ekspektasi biaya total untuk kegagalan eksternal, EFC, adalah:

$$EFC = P_a (1 - P_a) \left(k_1w \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + c_1w \sum_{i=1}^N Q_{[i]}^2 + \left[k_2 + c_1 \sum_{i=1}^N Q_i \right] r \left\{ \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t} \right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-\lambda z_i} \right\} + k_3 N \right) \quad (5)$$

Berdasarkan persamaan (3), (4), dan (5) maka biaya kualitas, TCQ, adalah:

$$TCQ = uk_1w \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + uc_1w \sum_{i=1}^N Q_{[i]}^2 + (1 - P_a) \left((1-u)k_1w \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + (1-u)c_1w \sum_{i=1}^N Q_{[i]}^2 + \left[k_2 + c_1 \sum_{i=1}^N Q_i \right] r \left\{ \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t} \right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-\lambda z_i} \right\} \right) + P_a (1 - P_a) \left(k_1w \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + c_1w \sum_{i=1}^N Q_{[i]}^2 + \left[k_2 + c_1 \sum_{i=1}^N Q_i \right] r \left\{ \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t} \right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-\lambda z_i} \right\} + k_3 N \right) \quad (6)$$

Menggunakan persamaan (2) dan (6) maka masalah penjadwalan *batch* pada mesin tunggal dengan *due date* bersama yang memperhatikan biaya persediaan dan biaya kualitas pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi mesin, Model CSDA, dapat dirumuskan sebagai berikut:

Model CSDA

Minimasi

$$\begin{aligned}
 TC(N, Q) = & c_1 \sum_{i=1}^{N-1} \left\{ \sum_{j=1}^i tQ_{[j]} + s \right\} Q_{[i+1]} + \frac{c_1 + c_2}{2} t \sum_{i=1}^N Q_{[i]}^2 + \frac{c_2 - c_1}{2} t \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + uk_1 w \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + uc_1 w \sum_{i=1}^N Q_{[i]}^2 + \\
 & (1 - P_a) \left((1-u)k_1 w \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + (1-u)c_1 w \sum_{i=1}^N Q_{[i]}^2 + \left[k_2 + c_1 \sum_{i=1}^N Q_i \right] r \left\{ \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t} \right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-(\lambda z_i)} \right\} \right) + P_a (1 - P_a) \left(k_1 w \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + c_1 w \sum_{i=1}^N Q_{[i]}^2 + \right. \\
 & \left. \left[k_2 + c_1 \sum_{i=1}^N Q_i \right] r \left\{ \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t} \right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-(\lambda z_i)} \right\} + k_3 N \right)
 \end{aligned} \tag{7}$$

Pembatas

$$\begin{aligned}
 (N-1)s + \sum_{i=1}^N tQ_{[i]} + uw \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + (1-u)(1 - P_a)w \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + \\
 (1 - P_a)r \left\{ \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t} \right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-(\lambda z_i)} \right\} \leq d
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^N Q_{[i]} = q \tag{9}$$

$$d' = d - \left(uw \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + (1-u)(1 - P_a)w \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + (1 - P_a)r \left\{ \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t} \right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-(\lambda z_i)} \right\} \right) \tag{10}$$

$$B_{[1]} + tQ_{[1]} = d' \tag{11}$$

$$z_i = t Q_{[N-i+1]} ; i = 1, 2, \dots, N \tag{12}$$

$$Q_{[i]} > 0, N \geq 1, i = 1, 2, \dots, N \tag{13}$$

Penjelasan untuk masing-masing pembatas adalah sebagai berikut. Pembatas (8) menunjukkan bahwa waktu yang dibutuhkan untuk seluruh aktivitas yang berkaitan dengan pengerjaan seluruh *part* tidak boleh melebihi selang waktu antara *due date* dan saat nol yang telah ditentukan. Aktivitas yang berkaitan dengan pengerjaan seluruh *part* meliputi *setup*, pemrosesan seluruh *part*, inspeksi semua sampel dari setiap *batch*, inspeksi *part* tersisa yang tidak termasuk sampel dari tiap *batch* jika inspeksi 100% harus dilakukan, dan *rework* seluruh *part nonconforming*. Pembatas (9) menunjukkan keseimbangan material. Pembatas (10) menunjukkan batas waktu pemrosesan seluruh *part* secara normal. Waktu ini sama dengan *due date* dikurangi waktu untuk aktivitas inspeksi kualitas dan *rework*. Aktivitas inspeksi kualitas dan *rework* meliputi inspeksi semua sampel dari setiap *batch*, inspeksi *part* tersisa yang tidak termasuk sampel dari tiap *batch* jika

inspeksi 100% harus dilakukan, dan *rework* seluruh *part nonconforming*. Pembatas (11) menunjukkan bahwa *batch* yang terakhir diproses, $L_{[1]}$, harus selesai tepat pada saat aktivitas pengendalian dan perbaikan kualitas dimulai, yaitu d' . Selang inspeksi ke- i sama dengan lama waktu perkalian t dengan ukuran *batch* ke- $(i+1)$ ditunjukkan pada pembatas (12). Pembatas (13) menunjukkan bahwa ukuran *batch* harus lebih besar dari nol dan jumlah *batch* harus lebih besar atau sama dengan satu.

Model CSDA diselesaikan dengan [Algoritma CSDA] berikut, yang dikembangkan dari [Algoritma CSA] pada Indrapriyatna *et al.* (2007a). Perhitungan $Q_{[i]}$ dilakukan menggunakan paket program, dalam hal ini adalah Lingo 8 (menggunakan *nonlinear programming*), karena pada Model CSDA tidak ditemukan rumus eksplisit untuk menghitung $Q_{[i]}$.

[Algoritma CSDA]

- Langkah 0.* Tentukan nilai-nilai parameter $q, d, s, t, u, c_1, c_2, k_1, k_2, k_3, w, p_a, p,$ dan r . Hitung biaya total, $TC(N, Q)$, menggunakan persamaan (7) untuk $N = 1$ dan $Q_{[1]} = q$, serta hitung juga T menggunakan ruas kiri pembatas (8). Jika $B_{[1],1} \geq 0$ dan $T \leq d$ maka lanjutkan ke *Langkah 1*. Jika tidak maka jadwal tidak layak dan lanjutkan ke *Langkah 5*.
- Langkah 1.* Tentukan $N = N + 1$. Hitung T , menggunakan ruas kiri pembatas (8). Jika $T \leq d$ maka lanjutkan ke *Langkah 2*. Jika tidak, maka lanjutkan ke *Langkah 4*.
- Langkah 2.* Hitung $TC(N, Q)$ dan $Q_{[i]}, i = 1, 2, \dots, N$ menggunakan persamaan (7). Jika $Q_{[i]} > 0$ untuk seluruh i maka lanjutkan ke *Langkah 3*. Jika tidak, maka lanjutkan ke *Langkah 4*.
- Langkah 3.* Jika $TC(N, Q) \leq TC(N-1, Q)$ maka lanjutkan ke *Langkah 1*. Jika tidak, maka lanjutkan ke *Langkah 4*.
- Langkah 4.* Tentukan $N = N - 1$ dan tentukan nilai N ini sebagai jumlah *batch* yang digunakan. Total Biaya = $TC(N, Q)$. Lanjutkan ke *Langkah 5*.
- Langkah 5.* Selesai.

Solusi untuk Model CSDA di atas menghasilkan ukuran *batch* $Q_{[i]}$ yang bersifat kontinu, sehingga diperlukan langkah untuk mengubah ukuran *batch* yang dihasilkan tersebut menjadi bilangan *integer* (dinotasikan sebagai $Q'_{[i]}$). Pada makalah ini diusulkan metode-metode untuk mengubah ukuran *batch* menjadi *integer*, yaitu Metode Jumlah-desimal-atas yang diselesaikan dengan [Algoritma JDA], Metode Jumlah-desimal-bawah yang diselesaikan dengan [Algoritma JDB], dan Metode Pembulatan yang diselesaikan dengan [Algoritma PMB]. Algoritma-algoritma tersebut sama dengan pada Indrapriyatna (2007b).

Selain itu, walaupun ukuran *batch* sudah bernilai *integer*, tetapi ukuran sampel u yang proporsional terhadap ukuran *batch* bisa bernilai kontinu. Perlu juga dilakukan operasi untuk mengubah ukuran sampel ke- i yang merupakan bilangan kontinu menjadi ukuran sampel ke- i yang merupakan bilangan *integer* (dinotasikan sebagai $n_{[i]}$). Pada makalah ini ukuran sampel *integer* ditentukan dengan cara: nilai *integer* paling kecil yang lebih besar daripada nilai dari ukuran sampel kontinu, yaitu:

$$n_{[i]} = \lceil u Q'_{[i]} \rceil \quad (14)$$

Model baru perlu dirumuskan untuk sistem produksi dengan mesin tunggal yang menghasilkan produk diskrit karena ukuran *batch* dan ukuran sampel bernilai *integer*. Hal ini terjadi karena perbedaan notasi ukuran *batch* (yaitu $Q'_{[i]}$ menggantikan $Q_{[i]}$) dan notasi ukuran sampel (yaitu $n_{[i]}$ menggantikan $uQ_{[i]}$) mengakibatkan formulasi model yang berbeda. Model baru

ini didasarkan pada Model CSDA di atas. Jadi, masalah penjadwalan *batch* pada sistem produksi dengan mesin tunggal yang menghasilkan produk diskrit dan memiliki *due date* bersama yang memperhatikan biaya simpan, biaya kualitas, ukuran sampel bervariasi bergantung pada ukuran *batch*, yaitu Model CSDA_Dis, dapat dirumuskan sebagai berikut:

Model CSDA_Dis

Minimasi

$$\begin{aligned}
 TC(N, Q') = & c_1 \sum_{i=1}^{N-1} \left\{ \sum_{j=1}^i t Q'_{[j]} + s \right\} Q'_{[i+1]} + \frac{c_1 + c_2}{2} t \sum_{i=1}^N Q'^2_{[i]} + \frac{c_2 - c_1}{2} t \sum_{i=1}^N Q'_{[i]} + k_1 w \sum_{i=1}^N n_{[i]} + c_1 w \sum_{i=1}^N Q'_{[i]} n_{[i]} + \\
 & (1 - P_a) \left(k_1 w \sum_{i=1}^N Q'_{[i]} - n_{[i]} + c_1 w \sum_{i=1}^N Q'_{[i]} (Q'_{[i]} - n_{[i]}) + \left[k_2 + c_1 \sum_{i=1}^N Q'_{[i]} \right] \right. \\
 & \left. r \left\{ \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t} \right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-(\lambda z_i)} \right\} \right) + P_a (1 - P_a) \left(k_1 w \sum_{i=1}^N Q'_{[i]} + c_1 w \sum_{i=1}^N Q'^2_{[i]} + \right. \\
 & \left. \left[k_2 + c_1 \sum_{i=1}^N Q'_{[i]} \right] r \left\{ \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t} \right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-(\lambda z_i)} \right\} + k_3 N \right)
 \end{aligned} \tag{15}$$

Pembatas

$$(N-1)s + \sum_{i=1}^N t Q'_{[i]} + w \sum_{i=1}^N n_{[i]} + (1 - P_a) w \sum_{i=1}^N (Q'_{[i]} - n_{[i]}) + \tag{16}$$

$$(1 - P_a) r \left\{ \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t} \right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-(\lambda z_i)} \right\} \leq d$$

$$\sum_{i=1}^N Q'_{[i]} = q \tag{17}$$

$$d' = d - \left(\begin{aligned} & w \sum_{i=1}^N n_{[i]} + (1 - P_a) w \sum_{i=1}^N (Q'_{[i]} - n_{[i]}) + \\ & (1 - P_a) r \left\{ \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t} \right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-(\lambda z_i)} \right\} \sum_{i=1}^N Q'_{[i]} \end{aligned} \right) \tag{18}$$

$$B_{[1]} + t Q'_{[1]} = d' \tag{19}$$

$$z_i = t Q'_{[N-i+1]}; i = 1, 2, \dots, N-1 \tag{20}$$

$$Q'_{[i]} > 0, N \geq 1, i = 1, 2, \dots, N \tag{21}$$

Model CSDA_Dis diselesaikan dengan [Algoritma CSD_Dis] di bawah ini.

[Algoritma CSDA_Dis]

Langkah 0. Urutkan *batch* yang akan diproses menggunakan algoritma penyelesaian Model CSDA dan beri indeks urutan *batch* (dimulai dari arah *due date* ke arah saat nol). Lanjutkan ke *Langkah 1*.

Langkah 1. Ubah nilai-nilai $Q_{[i]}$ yang didapat menjadi *integer*, yang dinotasikan sebagai $Q'_{[i]}$, menggunakan [Algoritma JDA]. Lanjutkan ke *Langkah 2*.

- Langkah 2.* Hitung nilai-nilai $n_{[i]}$, untuk mendapatkan ukuran sampel bernilai *integer* paling kecil yang lebih besar daripada nilai $uQ'_{[i]}$ menggunakan persamaan (14). Lanjutkan ke *Langkah 3*.
- Langkah 3.* Hitung $TC(N, Q')$ menggunakan persamaan (15). Periksa apakah seluruh pembatas (16) sampai dengan pembatas (21) terpenuhi. Jika ya, maka biaya total = $TC(N, Q')$. Jika tidak terpenuhi, maka jadwal tidak layak. Lanjutkan ke *Langkah 4*.
- Langkah 4.* Ulangi *Langkah 1* sampai dengan *Langkah 3* menggunakan [Algoritma PMB] dan [Algoritma JDB]. Lanjutkan ke *Langkah 5*.
- Langkah 5.* Bandingkan biaya total yang dihasilkan. Lanjutkan ke *Langkah 6*.
- Langkah 6.* Biaya total = biaya total minimum. Lanjutkan ke *Langkah 7*.
- Langkah 7.* Selesai.

3. CONTOH NUMERIK DAN ANALISIS MODEL

Contoh perhitungan diberikan untuk mendapatkan pemahaman yang lebih baik terhadap algoritma usulan dan juga untuk melihat bagaimana perilaku model yang didapatkan. Data yang digunakan adalah 8 set data berdasarkan dari Halim *et al.* (2001) dan nilai parameter distribusi eksponensial tertentu, seperti yang ditunjukkan pada Tabel 1.

Seluruh *set* data digunakan juga untuk menghitung nilai Total Biaya dengan 3 metode yang membuat ukuran *batch* menjadi *integer*, yaitu Metode Jumlah-desimal-atas, Metode Jumlah-desimal-bawah, dan Metode Pembulatan. Ketiga metode ini telah dijelaskan pada Indrapriyatna *et al.* (2007b). Tabel 2 menunjukkan rekapitulasi hasil perhitungan pada kedelapan *set* data dengan proporsi sampel adalah 10%, sedangkan Tabel 3 menunjukkan hasil perhitungan dengan proporsi sampel 20%. Sedangkan untuk melihat pengaruh parameter distribusi eksponensial, yaitu parameter λ , digunakan *Set* Data 1 dan *Set* Data 2 dengan $\lambda = 0,15$, $\lambda = 0,20$, $\lambda = 0,30$, dan $\lambda = 0,50$. Tabel 4 menunjukkan nilai biaya total dan jumlah *batch* menggunakan *lambda* tersebut.

Set data tersebut dipilih untuk melihat sensitivitas model terhadap perubahan-perubahan nilai parameter terhadap total biaya. *Set* 1 dan *Set* 2 berbeda pada hampir semua parameter kecuali parameter distribusi eksponensial. Sedangkan *Set* 3, *Set* 4, dan *Set* 5 sama dengan *Set* 1 kecuali untuk nilai parameter *lambda*. Demikian juga *Set* 6, *Set* 7, dan *Set* 8 sama dengan *Set* 2 kecuali untuk nilai parameter *lambda*. Hal ini dilakukan untuk melihat perilaku model terhadap bermacam-macam pola deteriorasi, yang dinyatakan oleh nilai *lambda*.

Set data 1 dan *Set* data 2 dipilih untuk melihat kemampuan model dalam menyelesaikan sistem yang sangat berbeda. *Set* data 1 dipilih untuk menunjukkan bahwa model dapat menyelesaikan sistem dengan jumlah permintaan besar, sedangkan *Set* data 2 untuk melihat kemampuan model dalam menyelesaikan permintaan kecil.

Contoh perhitungan menerapkan dua nilai proporsi untuk ukuran sampel, yaitu $u = 10\%$ dan $u = 20\%$. Hal ini dilakukan untuk melihat perilaku model terhadap perubahan proporsi. Berdasarkan hasil perhitungan, semakin besar nilai u mengakibatkan jumlah *batch* semakin besar dan biaya total juga lebih besar. Hasil ini sejalan dengan yang didapatkan pada Model CSA di Indrapriyatna *et al.* (2007a).

Pada saat menghitung ukuran *batch* bernilai *integer*, metode pembulatan tidak selalu dapat digunakan karena dapat mengakibatkan jumlah *part* lebih besar atau lebih sedikit daripada jumlah permintaan. Perhitungan menggunakan proporsi ukuran sampel 10% menunjukkan *Set* 1 dan *Set* 3 memberikan jumlah *part* lebih besar daripada permintaan, sedangkan *Set* 4 dan *Set* 5 memberikan jumlah *part* lebih kecil daripada permintaan. Tabel 5 merangkum jumlah *part* yang dihasilkan metode pembulatan. Pada perhitungan menggunakan proporsi ukuran sampel 20% menunjukkan

hanya *set 1* yang memberikan jumlah *part* lebih besar daripada permintaan, sedangkan *Set 2*, *Set 4*, *Set 6*, *Set 7*, dan *Set 8* memberikan jumlah *part* lebih kecil daripada permintaan.

Tabel 1. Nilai parameter untuk contoh perhitungan model satu mesin terdeteriorasi

| Parameter | Set 1 | Set 2 | Set 3 | Set 4 | Set 5 | Set 6 | Set 7 | Set 8 |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| q | 10000 | 100 | 10000 | 10000 | 10000 | 100 | 100 | 100 |
| d | 8000 | 120 | 8000 | 8000 | 8000 | 120 | 120 | 120 |
| s | 30 | 2 | 30 | 30 | 30 | 2 | 2 | 2 |
| t | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 |
| w | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,2 |
| c_1 | 10 | 3 | 10 | 10 | 10 | 3 | 3 | 3 |
| c_2 | 4 | 2 | 4 | 4 | 4 | 2 | 2 | 2 |
| k_1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| k_2 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 |
| k_3 | 20 | 10 | 20 | 20 | 20 | 10 | 10 | 10 |
| r | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 |
| p | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 |
| p_a | 0,98 | 0,9 | 0,98 | 0,98 | 0,98 | 0,9 | 0,9 | 0,9 |
| α | 0,15 | 0,15 | 0,2 | 0,3 | 0,5 | 0,2 | 0,3 | 0,5 |
| θ_1 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| θ_2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 |

Tabel 2. Biaya total hasil perhitungan satu mesin terdeteriorasi untuk $u = 10\%$

| | Set 1 | Set 2 | Set 3 | Set 4 | Set 5 | Set 6 | Set 7 | Set 8 |
|----------------------|-----------------|-------------|----------|----------|----------|-------------|-------------|-------------|
| Jumlah-desimal-atas | 80669060 | 4721 | 80683230 | 80697810 | 80709760 | 4724 | 4729 | 4738 |
| Jumlah-desimal-bawah | 80669070 | 4723 | 80683230 | 80697810 | 80709760 | 4726 | 4731 | 4740 |
| Pembulatan | | 4720 | | | | 4723 | 4728 | 4737 |

Tabel 3. Biaya total hasil perhitungan satu mesin terdeteriorasi untuk $u = 20\%$

| | Set 1 | Set 2 | Set 3 | Set 4 | Set 5 | Set 6 | Set 7 | Set 8 |
|----------------------|-----------------|-------------|-----------------|-----------------|----------|-------------|-------------|-------------|
| Jumlah-desimal-atas | 89410810 | 5202 | 89428420 | 89446690 | 89461800 | 5205 | 5210 | 5218 |
| Jumlah-desimal-bawah | 89410810 | 5201 | 89428410 | 89446690 | 89461800 | 5204 | 5209 | 5217 |
| Pembulatan | | | 89428410 | | 89461800 | | | |

Tabel 4. Biaya total dan jumlah *batch* untuk λ berbeda pada *Set 1* dan *Set 2*

| | Set Data 1 | | | | Set Data 2 | | | |
|---------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| | $\lambda = 0,15$ | $\lambda = 0,20$ | $\lambda = 0,30$ | $\lambda = 0,50$ | $\lambda = 0,15$ | $\lambda = 0,20$ | $\lambda = 0,30$ | $\lambda = 0,50$ |
| Biaya total | 80669060 | 80683230 | 80697800 | 80709760 | 4719 | 4722 | 4727 | 4736 |
| Jumlah <i>batch</i> | 16 | 16 | 16 | 16 | 8 | 8 | 8 | 8 |

Tabel 5. Jumlah *part* menggunakan metode pembulatan

| Proporsi | Set 1 | Set 2 | Set 3 | Set 4 | Set 5 | Set 6 | Set 7 | Set 8 |
|----------|-------|------------|-------|-------|--------------|------------|------------|------------|
| 10% | 10003 | 100 | 10003 | 9997 | 9997 | 100 | 100 | 100 |
| 20% | 10001 | 99 | 10000 | 9999 | 10000 | 99 | 99 | 99 |

Metode Pembulatan tidak selalu dapat diterapkan pada setiap *set* data. Hal ini disebabkan jumlah *part* yang dihasilkan dari metode ini tidak selalu sama dengan jumlah *part* sesuai permintaan. Hal ini terjadi pada *Set 2*, *Set 4*, *Set 6*, *Set 7*, dan *Set 8*. Pada setiap *set* itu maka hanya Metode Jumlah-desimal yang digunakan.

Berdasarkan hasil perhitungan maka dapat dinyatakan bahwa tidak terdapat metode untuk mendapatkan ukuran *batch integer* yang selalu memberikan total biaya terkecil. Pada *Set 1* untuk proporsi sampel 10%, Metode Jumlah-desimal-atas memberikan total biaya terkecil, tetapi pada *Set 2*, *Set 6*, *Set 7*, dan *Set 8* Metode Pembulatan yang memberikan total biaya terkecil. Sedangkan pada *Set 3*, *Set 4*, dan *Set 5* Metode Jumlah-desimal-atas dan Metode Jumlah-desimal-bawah memberikan total biaya sama besar.

Pada proporsi sampel 20%, hasil yang didapatkan berbeda. Metode Jumlah-desimal-bawah memberikan total biaya terkecil untuk *Set 2*, *Set 6*, *Set 7*, dan *Set 8*. Pada *Set 1* dan *Set 4*, Metode Jumlah-desimal-atas dan Metode Jumlah-desimal-bawah memberikan total biaya yang sama besar. Pada *Set 3*, Metode Jumlah-desimal-bawah dan Metode Pembulatan menghasilkan total biaya terkecil yang sama besar. Sedangkan pada *Set 5*, ketiga metode menghasilkan total biaya sama besar. Hasil ini menunjukkan bahwa ketiga metode harus tetap dicobakan pada setiap *set* data yang akan dihitung.

Tabel 4 menunjukkan bahwa semakin besar nilai λ (peluang mesin rusak) akan menghasilkan nilai total biaya lebih besar. Selain itu, jumlah *batch* selalu sama untuk nilai λ berapa pun, walaupun ukuran masing-masing *batch* tidak selalu sama.

4. KESIMPULAN

Model penjadwalan *batch* yang memperhatikan biaya simpan dan biaya kualitas berhasil dikembangkan dengan memperhitungkan biaya simpan *work-in-process part* dan *finished-part*, ukuran sampel yang proporsional dengan ukuran *batch*, dan untuk sistem manufaktur diskrit dan diterapkan untuk sistem *flowshop* yang terdiri atas 1 mesin dan mengalami deteriorasi. Semakin besar nilai u (proporsi ukuran sampel terhadap ukuran *batch*) mengakibatkan jumlah *batch* semakin besar dan biaya total juga lebih besar. Ukuran *batch* yang dihasilkan menunjukkan urutan yang tidak menaik dari *due date*, yaitu semakin jauh *batch* tersebut dari *due date* maka ukurannya semakin kecil atau sama dengan *batch* yang mendahului (karena penjadwalan *batch* dilakukan secara *backward*). Hal ini sejalan dengan pernyataan pada Indrapriyatna *et al.* (2007a).

Semakin besar nilai λ akan menghasilkan nilai total biaya lebih besar. Selain itu, jumlah *batch* selalu sama untuk nilai λ berapa pun, walaupun ukuran masing-masing *batch* tidak selalu sama.

Tidak terdapat metode untuk menghasilkan ukuran *batch integer* yang selalu memberikan biaya total terkecil. Selain itu, jika nilai u berubah maka metode untuk menghasilkan ukuran *batch* diskrit yang memberikan total biaya terkecil juga berubah. Hal ini menunjukkan bahwa ketiga metode untuk mendapatkan ukuran *batch integer* harus selalu dicoba, karena tidak ada metode yang selalu memberikan total biaya terkecil pada setiap *set data* dan sistem manufaktur.

Perlu dikembangkan atau dicobakan metode pengubah ukuran *batch* menjadi *integer* yang lain karena metode pengubah ukuran *batch* menjadi *integer* yang telah dicoba belum menghasilkan solusi optimal. Penelitian lebih lanjut sedang dilakukan untuk mengembangkan model pada sistem manufaktur yang mengalami deteriorasi dan memperhatikan jadwal *maintenance*.

DAFTAR PUSTAKA

- Arumsari, 2005. *Model Penentuan Ukuran Lot pada Sistem Produksi Terdeteriorasi dengan Mempertimbangkan Pengendalian Kualitas, Persediaan Produk Jadi, dan Garansi*, Disertasi, Institut Teknologi Bandung.
- Buckchin, J., Tzur, M., and Jaffe, M., 2002. "Lot Splitting to Minimize Average Flow-Time in a Two-Machine Flow-Shop." *IIE Transactions*, Vol. 34, p. 953–970.
- Ebeling, C. E., 1997. *Reliability and Maintainability Engineering*, McGraw-Hill, Inc., Singapore.
- Grall, A., Dieulle, L., Berenguer, C., and Roussignol, M., 2002. "Continuous-Time Predictive-Maintenance Scheduling for a Deteriorating System." *IEEE Transaction on Reliability*, Vol. 51, No. 2, p. 141–150.
- Halim, A. H., 1993. *Batch Scheduling for Production Systems under Just in Time Environment*, Dissertation, University of Osaka Prefecture.
- Halim, A.H., and Ohta, H., 1994. "Batch Scheduling Models to Minimize Inventory Cost in the Shop with Both Receiving and Delivery Just in Times." *International Journal of Production Economic*, Vol. 33, p. 185–195.
- Halim, A.H., Silalahi, J., and Ohta, H., 2001. "A *Batch* Scheduling Model Considering Quality Costs for the Shop with Receiving and Delivery Just in Time." *Proceeding of the 2001 International Conference on Production Research*, Prague, Czech Republic, 29 July - 3 August 2001.
- Indrapriyatna, A.S., Suprayogi, Iskandar, B.I., and Halim, A.H., 2007a. "A Batch Scheduling Model for a Single Machine Processing Discrete Parts to Minimize Total Inventory and Quality Costs." *Proceeding of the 1st Asia Pacific Conference on Manufacturing Systems*, Bali, Indonesia, 5–6 September 2007.
- Indrapriyatna, A.S., Suprayogi, Iskandar, B.I., dan Halim, A.H., 2007b. "Model Penjadwalan *Batch* pada *Flowshop* untuk Minimasi Biaya Simpan dan Kualitas." *Jurnal Teknik dan Manajemen Industri ITB*, Vol. 27, p. 142 – 163.
- Sheu, S.H., 1999. "Theory and Methodology: Extended Optimal Replacement Model for Deteriorating Systems." *European Journal of Operational Research*, Vol. 112, p. 503–516.
- Tansel, B.Ç., Kara, B.Y., and Sabuncuoglu, I., 2001. "An Efficient Algorithm for the Single Machine Total Tardiness Model." *IIE Transactions*, Vol. 33, p. 661–674.
- Tseng, S.T., 1996. "Optimal Preventive Maintenance Policy for Deteriorating Production Systems." *IIE Transaction*, Vol. 28, p. 687–694.
- Widargo, R., 2004. *Model Economic Manufacturing Quantity (EMQ) dengan Mempertimbangkan Pemeliharaan Pencegahan*, Tesis Magister, Departemen Teknik Industri, Institut Teknologi Bandung.
- Xiao, W., and Li, C., 2002. "Approximation Algorithms for Common Due Date Assignment and Job Scheduling on Parallel Machines." *IIE Transactions*, Vol. 34, p. 467–477.